

Temas Selectos de Física II
Primavera 2020
Examen 1 (6A)
19/2/2020
Tiempo Límite: 50 Minutos

Nombre: Clave

Instructor: Lic. Alan Salcedo Gomez

Este examen contiene 2 páginas (incluyendo esta portada), además de 4 problemas. **El número total de puntos es 110(10 extra).**

Tabla de Evaluación:

| Problema | Puntos | Resultado |
|----------|--------|-----------|
| 1 | 30 | |
| 2 | 30 | |
| 3 | 20 | |
| 4 | 30 | |
| Total: | 110 | |

Resuelve los problemas en hojas de cuaderno individuales. Grapa esta copia del examen al inicio de tus hojas de cuaderno y entrega el paquete a tu instructor. Un PDF de este examen se encontrará en la página del instructor al final del día junto a las soluciones.

- (30 puntos) La función de una onda que viaja en la dirección $+x$ es $y(x,t) = (3.5 \text{ cm})\sin(2.7x - 124t)$ donde x está en metros y t en segundos. ¿Cuál es la
 - (5 puntos) frecuencia de la onda?
 - (5 puntos) longitud de onda?
 - (5 puntos) rapidez horizontal de la onda?
 - (5 puntos) velocidad vertical de las partículas del medio?
 - (5 puntos) aceleración vertical de las partículas del medio?
 - (5 puntos) velocidad y aceleración máxima de los puntos de la cuerda?
- (30 puntos) Verifica si las siguientes funciones satisfacen la ecuación de onda. Para la parte a) encuentra los valores de a , b que lo garantizan (i.e. ¿Cuál es la rapidez de propagación en terminos de a y b ?).
 - (15 puntos) $y(x,t) = ax^2 + bt^2$
 - (15 puntos) $y(x,t) = e^{kx - \omega t}$

-
3. (20 puntos) Una onda estacionaria se encuentra en el quinto armónico en una cuerda de 50 cm de largo. La cuerda oscila a una frecuencia de 100 Hz. ¿Cuál es la
- (a) (5 puntos) rapidez de propagación de la onda?
 - (b) (5 puntos) función de onda si la amplitud A es 10 cm?
 - (c) (5 puntos) frecuencia fundamental de la onda?
 - (d) (5 puntos) longitud de onda fundamental?
4. (30 puntos) Un cubo de 2 m de lado contiene 80nC de carga distribuidos uniformemente.
- (a) (5 puntos) ¿Cuál es la densidad de carga del cubo?
 - (b) (10 puntos) ¿Cuánta carga hay encerrada en dos cubos Gaussianos de 0.5 y 2m de lado (contenidos en el cubo cargado)?
 - (c) (15 puntos) ¿Cuál es el flujo eléctrico a través de los cubos de la parte b)?

$$1. \quad y(x, t) = (3.5 \text{ cm}) \sin(\underbrace{2.7}_k x - \underbrace{124}_\omega t)$$

$$a) \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{124}{2\pi} \text{ Hz} = \boxed{\frac{62}{\pi} \text{ Hz}} \\ \approx 19.7 \text{ Hz}$$

$$b) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \boxed{\frac{2\pi}{2.7} \text{ m}} \approx 2.3 \text{ m}$$

$$c) \quad v = \lambda f = \left(\frac{2\pi}{2.7} \text{ m}\right) \left(\frac{62}{\pi} \text{ Hz}\right) = \boxed{\frac{124}{2.7} \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\ \approx 45.9 \text{ m/s}$$

$$d) \quad v_y(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} y(x, t) = \boxed{(-124 \text{ Hz})(3.5 \times 10^{-2} \text{ m}) \cos(2.7x - 124t)} \\ = -(4.34 \text{ m/s}) \cos(2.7x - 124t)$$

$$e) \quad a_y(x, t) = \boxed{(-124 \text{ Hz})^2 (3.5 \times 10^{-2} \text{ m}) [-\sin(2.7x - 124t)]} \\ = -(538.16 \text{ m/s}^2) \sin(2.7x - 124t)$$

$$f) \quad \max \{ v_y(x, t) \} = \boxed{(124 \text{ Hz})(3.5 \times 10^{-2} \text{ m})} \approx 4.34 \text{ m/s}$$

$$\max \{ a_y(x, t) \} = \boxed{(124 \text{ Hz})^2 (3.5 \times 10^{-2} \text{ m})} \approx 538.16 \text{ m/s}^2$$

$$2. \quad a) \quad y(x, t) = ax^2 + bt^2$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = 2a \quad ; \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = 2b$$

Dada la ecuación de onda;

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t)$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{1}{v^2} \cdot 2b$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{b}{a} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

Si $v = \sqrt{\frac{b}{a}}$, $y(x, t)$ satisface la ec. de onda.

$$b) \quad y(x, t) = e^{kx - \omega t}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = k^2 e^{kx - \omega t}; \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = \omega^2 e^{kx - \omega t}$$

$$\text{Ahora, } \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = k^2 e^{kx - \omega t} = \frac{\omega^2}{v^2} e^{kx - \omega t}$$

$$= \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) \quad \text{😊}$$

$$3. \quad n = 5; \quad f_5 = 100 \text{ Hz}; \quad L = 0.5 \text{ m}$$

$$a) \quad v = \lambda_n \cdot f_n, \quad \lambda_n = \frac{2L}{n}$$

$$= \frac{2(0.5 \text{ m})}{5} \cdot 100 \text{ Hz} = 20 \text{ m/s}$$

$$b) \quad y(x, t) = 2A \sin(k_n x) \sin(\omega_n t)$$

$$k_s = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{2\pi}{\frac{2L}{n}} = \frac{n\pi}{L} = \frac{5\pi}{0.5\text{m}} = 10\pi \text{ m}^{-1}$$

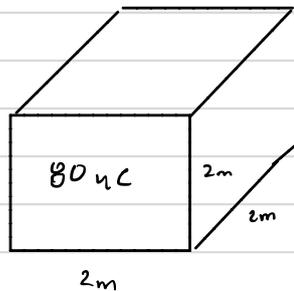
$$\omega_s = 2\pi f_s = 200\pi \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow y(x, t) = 2 \cdot (0.1 \text{ m}) \sin(10\pi x) \sin(200\pi t)$$

$$c) \quad f_n = n f_1 \Rightarrow f_s = 5 f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{f_s}{5} \\ = \frac{100 \text{ Hz}}{5} \\ = 20 \text{ Hz}$$

$$d) \quad \lambda_n = \frac{\lambda_1}{n} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_n \cdot n \Rightarrow \lambda_1 = 5 \cdot \lambda_s \\ = 5 \cdot (0.2 \text{ m}) = 1 \text{ m}$$

4.



$$a) \quad \rho = \frac{Q}{V} = \frac{80 \times 10^{-9} \text{ C}}{8 \text{ m}^3} \\ = 10 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3$$

$$b) \quad q_{\text{enc}}^{(0.5\text{m})} = \rho V^{(0.5\text{m})} = \rho \left(\frac{1}{8} \text{ m}^3 \right)$$

$$= (10 \times 10^{-9} \text{ C/m}^3) \cdot \frac{1}{8} \text{ m}^3$$

$$q_{\text{enc}}^{(2\text{m})} = Q = \boxed{80 \times 10^{-9} \text{ C}} \quad \leftarrow (\text{para toda!})$$

$$c) \quad \Phi_E^{(0.5 \text{ m})} = \frac{q_{\text{enc}}^{(0.5 \text{ m})}}{\epsilon_0} = \boxed{\frac{\frac{10}{8} \times 10^{-9} \text{ C}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2}}$$
$$\approx 141.2 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$$

$$\Phi_E^{(2\text{m})} = \frac{q_{\text{enc}}^{(2\text{m})}}{\epsilon_0} = \boxed{\frac{80 \times 10^{-9} \text{ C}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2}}$$

$$\approx 9039.5 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$$