

Temas Selectos de Física II
Primavera 2020
Examen 1 (6B)

19 15/2/2020

Tiempo Límite: 50 Minutos

Nombre: _____

Instructor: Lic. Alan Salcedo Gomez

Este examen contiene 2 páginas (incluyendo esta portada), además de 4 problemas. El número total de puntos es ~~100~~. 105

Tabla de Evaluación:

Problema	Puntos	Resultado
1	25	
2	25 30	
3	20	
4	30	
Total:	100 105	

Resuelve los problemas en hojas de cuaderno individuales. Grapa esta copia del examen al inicio de tus hojas de cuaderno y entrega el paquete a tu instructor. Un PDF de este examen se encontrará en la página del instructor al final del día junto a las soluciones.

- (25 puntos) La función de una onda que viaja en la dirección $+x$ es $y(x,t) = (3.5 \text{ cm})\sin(2.7x - 124t)$ donde x está en metros y t en segundos. ¿Cuál es la
 - (5 puntos) frecuencia de la onda?
 - (5 puntos) longitud de onda?
 - (5 puntos) rapidez horizontal de la onda?
 - (5 puntos) velocidad vertical de las partículas del medio?
 - (5 puntos) aceleración vertical de las partículas del medio?
- (25 puntos) Verifica si las siguientes funciones satisfacen la ecuación de onda. Para las partes a) y b) encuentra los valores de a , b que lo garantizan (i.e. ¿Cuál es la rapidez de propagación en terminos de a y b ?).
 - (10 puntos) $y(x,t) = ax^2 + bt^2$
 - ~~(5)~~ 10 puntos $y(x,t) = \ln(ax + bt)$
 - (10 puntos) $y(x,t) = e^{kx - \omega t}$

3. (20 puntos) Dos ondas viajeras que se mueven por una cuerda son idénticas, excepto que sus velocidades son opuestas. Obedecen la ecuación $y(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t)$. Demuestre que la onda resultante está descrita por $y_{net}(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$.
4. (30 puntos) Una bola de 20 cm de radio contiene 80nC de carga distribuidos uniformemente.
 - (a) (5 puntos) ¿Cuál es la densidad de carga de la bola?
 - (b) (10 puntos) ¿Cuánta carga hay encerrada en esferas Gaussianas de 10 y 20 cm de radio (con el mismo centro)?
 - (c) (15 puntos) ¿Cuál es el **campo eléctrico** (no el flujo eléctrico) en puntos a 10 y 20 cm del centro?

$$1. \quad y(x, t) = (3.5 \text{ cm}) \sin(\overbrace{2.7}^k x - \overbrace{124}^\omega t)$$

$$a) \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{124}{2\pi} \text{ Hz} = \boxed{\frac{62}{\pi} \text{ Hz}} \\ \approx 19.7 \text{ Hz}$$

$$b) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \boxed{\frac{2\pi}{2.7} \text{ m}} \approx 2.3 \text{ m}$$

$$c) \quad v = \lambda f = \left(\frac{2\pi}{2.7} \text{ m}\right) \left(\frac{62}{\pi} \text{ Hz}\right) = \boxed{\frac{124}{2.7} \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\ \approx 45.9 \text{ m/s}$$

$$d) \quad v_y(x, t) = \frac{\partial}{\partial t} y(x, t) = \boxed{(-124 \text{ Hz})(3.5 \times 10^{-2} \text{ m}) \cos(2.7x - 124t)} \\ = -(4.34 \text{ m/s}) \cos(2.7x - 124t)$$

$$e) \quad a_y(x, t) = \boxed{(-124 \text{ Hz})^2 (3.5 \times 10^{-2} \text{ m}) [-\sin(2.7x - 124t)]} \\ = -(538.16 \text{ m/s}^2) \sin(2.7x - 124t)$$

$$f) \quad \max \{v_y(x, t)\} = \boxed{(124 \text{ Hz})(3.5 \times 10^{-2} \text{ m})} \approx 4.34 \text{ m/s}$$

$$\max \{a_y(x, t)\} = \boxed{(124 \text{ Hz})^2 (3.5 \times 10^{-2} \text{ m})} \approx 538.16 \text{ m/s}^2$$

$$2. \quad a) \quad y(x, t) = ax^2 + bt^2$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = 2a; \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = 2b$$

Dada la evolución de onda;

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t)$$

$$\Rightarrow 2a = \frac{1}{v^2} \cdot 2b$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{b}{a} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{b}{a}}}$$

$$b) \quad y(x, t) = \ln(ax + bt)$$

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} = \frac{\frac{d}{dx}(ax + bt)}{ax + bt} = \frac{a}{ax + bt} = a(ax + bt)^{-1}$$

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{d}{dx} [a(ax + bt)^{-1}] = \frac{-a^2}{(ax + bt)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = \frac{-b^2}{(ax + bt)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t)$$

$$\Rightarrow \frac{-a^2}{(ax + bt)^2} = \frac{1}{v^2} \frac{-b^2}{(ax + bt)^2}$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{1}{v^2} b^2 \Rightarrow \boxed{v = \frac{b}{a}}$$

$$c) \quad y(x, t) = e^{kx - \omega t}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = k^2 e^{kx - \omega t} ; \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) = \omega^2 e^{kx - \omega t}$$

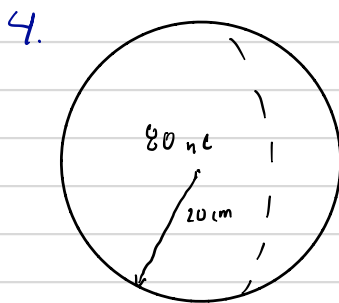
$$\text{Ahoon,} \quad \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = k^2 e^{kx - \omega t} = \frac{\omega^2}{v^2} e^{kx - \omega t}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t) \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x, t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x, t)} \quad \text{😊}$$

$$3. \quad y_{\text{net}} = A \sin(kx - \omega t) + A \sin(kx + \omega t)$$

$$= A \left[\sin(kx) \cos(\omega t) - \cancel{\cos(kx) \sin(\omega t)} + \sin(kx) \cos(\omega t) + \cancel{\cos(kx) \sin(\omega t)} \right]$$

$$= \boxed{2A \sin(kx) \cos(\omega t)} \quad \text{😊}$$



$$a) \quad \rho = \frac{Q}{V} = \boxed{\frac{80 \times 10^{-9} \text{ C}}{\frac{4}{3} \pi (0.2 \text{ m})^3}}$$

$$\approx 2.39 \times 10^{-6} \text{ C/m}^3$$

$$b) \quad q_{\text{enc}}^{(0.1 \text{ m})} = \rho \cdot V^{(0.1 \text{ m})} = \frac{80 \times 10^{-9} \text{ C}}{\frac{4}{3} \pi (0.2 \text{ m})^3} \cdot \frac{4}{3} \pi (0.1 \text{ m})^3$$

$$= (80 \times 10^{-9} \text{ C}) \left(\frac{1}{8} \right) = \boxed{10 \times 10^{-9} \text{ C}}$$

$$q_{enc}^{(0.2 \text{ m})} = 80 \times 10^{-9} \text{ C} \quad (\text{Pues toda!})$$

$$c) \quad E^{(0.1 \text{ m})} = \frac{q_{enc}^{(0.1 \text{ m})}}{\epsilon_0 \cdot 4\pi (0.1 \text{ m})^2} = \frac{10 \times 10^{-9} \text{ C}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot 4\pi (0.1 \text{ m})^2}$$

$$\approx \boxed{891.80 \frac{\text{N}}{\text{C}}}$$

$$E^{(0.2 \text{ m})} = \frac{q_{enc}^{(0.2 \text{ m})}}{\epsilon_0 \cdot 4\pi (0.2 \text{ m})^2} = \frac{80 \times 10^{-9} \text{ C}}{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2) \cdot 4\pi (0.2 \text{ m})^2}$$

$$\approx \boxed{17983 \frac{\text{N}}{\text{C}}}$$