**TSF II**
**Primavera 2020**
**(6A) Examen Parcial 3**
**1/6/2020**
**Tiempo Límite: 50 Minutos**

**Nombre:** ____________________________

**Instructor:** Lic. Alan Salcedo Gomez

---

Este examen contiene 2 páginas (incluyendo esta portada), además de 6 problemas. **El número total de puntos es 120.**

Tabla de Evaluación:

| Problema | Puntos | Resultado |
|---|---|---|
| 1 | 10 | |
| 2 | 15 | |
| 3 | 20 | |
| 4 | 25 | |
| 5 | 30 | |
| 6 | 20 | |
| Total: | 120 | |

Resuelve los problemas en hojas de cuaderno individuales. **Muestra tu procedimiento clara y completamente**. Adjunta al menos una foto de tus soluciones de cada problema y revisa que se anexen al preview de Exam.net. Un PDF de este examen se encontrará en la página del instructor **a las 3 p.m. de hoy** junto a las soluciones.

Tu examen será calificado rápidamente y recibirás un link a tu examen revisado por correo. Favor de discutir tu calificación antes de las 8 p.m. del miércoles 3 de Junio.

---

1. (10 puntos) Un neutrino viaja 90 km a través del ancho de la atmósfera a una rapidez de 0.965c. De acuerdo al neutrino, ¿qué tan ancha es la atmósfera?

2. (15 puntos) ¿A qué rapidez, como fracción de c, debe viajar un cohete hacia una estrella distante de tal forma que los astronautas envejezcan 80 años y los trabajadores en la estación de control envejezcan 100 años?

3. (20 puntos) Un electrón se encuentra en el estado n = 3 con energía de 45 eV. ¿Cuál es su energía mínima?

4. (25 puntos) Una caja de 32 nm de ancho tiene una partición que la divide en una sección de 8 nm y otra de 24 nm de ancho. Una partícula se encuentra confinada en la sección más corta en el estado n = 2. Por un momento, la partición se quita y se reinserta, la partícula queda ahora atrapada en la sección más larga. ¿Ahora cuál es el número n de la partícula?

   Pista: La energía se conserva.

5. (30 puntos) Considera la siguiente función de onda que describe una partícula:

$$\psi(x) = \begin{cases} Ce^{x/2}, & \text{si } x \leq 0 \text{ mm} \\ Ce^{-x/2} & \text{si } x \geq 0 \text{ mm} \end{cases}$$

   (a) (20 puntos) Encuentra el valor de C que normaliza la función de onda.

   (b) (10 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de encontrar la partícula en el intervalo -1 mm ≤ x ≤ 1 mm?

6. (20 puntos) **CREDITO EXTRA:** Una partícula está confinada en una caja que se extiende entre x = 0 y x = L. La función de onda normalizada es

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{4\pi x}{L}\right)$$

   con 0 ≤ x ≤ L. ¿Cuál es la probabilidad de encontrar la partícula entre 0 ≤ x ≤ L/4?

   Pistas: Tienes dos opciones: 1) Integrar la función de onda al cuadrado en dicha región, o 2) Graficar la función con L = 1 y notar algo interesante entre 0 ≤ x ≤ 1.

P1. $l_0 = 90$ km ; $l = ?$ ; $v = 0.965\, c$

$$l_0 = \gamma l \Rightarrow l = \frac{l_0}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot l_0$$

$$= \sqrt{1 - .965^2} \cdot 90 \text{ km}$$

$$\approx 23.6 \text{ km}$$

P2. $t_0 = 80$ años ; $t = 100$ años ; $v = ?$

$$t = \gamma t_0 \Rightarrow \frac{t_0}{t} = \frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{t_0^2}{t^2} \Rightarrow v = \sqrt{1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^2} \cdot c$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{80}{100}\right)^2} \cdot c$$

$$\approx 0.6\, c$$

P3. $E_n = \dfrac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2m L^2}$ ; $E_n = n^2 E_1$

$$E_1 = \frac{E_n}{n^2} = \frac{E_3}{3^2} = \frac{45 \text{ eV}}{9} = 5 \text{ eV}$$

P4. $E_2 = \dfrac{4 \pi^2 \hbar^2}{2m\,(8 \text{ nm})^2}$ $\qquad \overline{E_n} = \dfrac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2m\,(24 \text{ nm})^2}$

$$E_2 = \overline{E_n} \Rightarrow \frac{4 \pi^2 \hbar^2}{2m\,(8 \text{ nm})^2} = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2m\,(24 \text{ nm})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{(8 \text{ nm})^2} = \frac{n^2}{(24 \text{ nm})^2} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{4\,(24 \text{ nm})^2}{(8 \text{ nm})^2}} = \frac{2 \cdot 24}{8} = 6$$

P5.

a) $$1 = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 \, dx = \int_{-\infty}^{0} c^2 e^{2x/2} \, dx$$

$$+ \int_0^{\infty} c^2 e^{-x} \, dx = c^2 \left[ e^{x} \Big|_{-\infty}^{0} + \frac{e^{-x}}{-1} \Big|_0^{\infty} \right]$$

! $$= c^2 \left[ e^0 - \underbrace{\cancel{e^{-\infty}}^{\,0} + \frac{\cancel{e^{-\infty}}^{\,0}}{-1}} - \frac{e^0}{-1} \right]$$

Propiamente es $\lim_{x \to -\infty} e^x$ y $\lim_{x \to \infty} e^{-x}$ pero así se ent

$$= c^2 \left[ 1 + 1 \right] = c^2 \cdot 2$$

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

b) $$P(-1 < x < 1) = \int_{-1}^{0} c^2 e^{2x/2} \, dx + \int_0^1 c^2 e^{-2x/2}$$

$$= c^2 \left[ e^{x} \Big|_{-1}^{0} + \frac{e^{-x}}{-1} \Big|_0^1 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ e^0 - e^{-1} + \frac{e^{-1}}{-1} - \frac{e^0}{-1} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[ 2 - 2e^{-1} \right] = 1 - e^{-1}$$

$$\approx 0.632$$

Extra.
P6.

1) $P(0 \le x \le L/4) = \int_0^{L/4} \frac{2}{L} \sin^2\left(\frac{4\pi x}{L}\right) dx$

$\boxed{\sin^2\theta = \frac{1}{2}[1-\cos(2\theta)]}$

$$= \int_0^{L/4} \frac{2}{L}\cdot\frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{8\pi x}{L}\right)dx$$

$$= \frac{1}{L}\left[\int_0^{L/4}dx - \int_0^{L/4}\cos\frac{8\pi x}{L}\,dx\right]$$

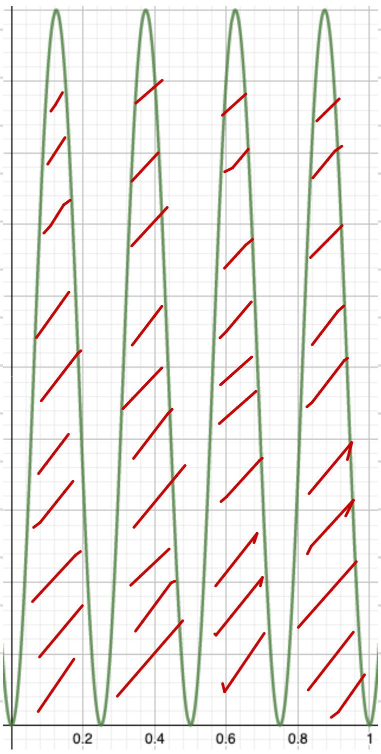
$u = \frac{8\pi x}{L}$

$du = \frac{8\pi}{L}dx$

$$= \frac{1}{L}\left[\frac{L}{4} - \frac{L}{8\pi}\int_0^{2\pi}\cos u\, du\right]$$

$$= \frac{1}{L}\left[\frac{L}{4} - \cancelto{0}{\frac{L}{8\pi}\sin u\Big|_0^{2\pi}}\right] = \frac{1}{4}$$

2) Así se ve $|\psi(x)|^2$ en geogebra para $0<x<1$ con $L=1$.




El área de rojo debe sumar 1

$$\left(\int_0^1 |\psi(x)|^2\,dx = 1\right)$$

Claramente, $\int_0^{1/4}|\psi(x)|^2dx$ es un tercio del área total o sea 1/4